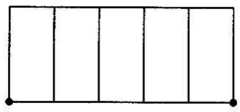
◈ 7. 순열(연습문제)

1. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 2 또는 4가 되는 경우의 수를 구하여라.

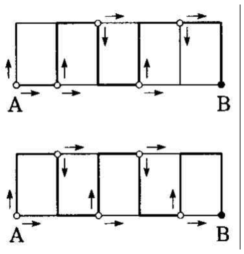
정답≫ 4
해설≫ 눈의 합이 2인 경우의 집합을 A라 하면 $A=\{(1,\ 1)\}$
눈의 합이 4가 되는 경우의 집합을 B라 하면 $B=\{(1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1)\}$
A, B는 동시에 일어날 수 없는 사건이므로 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)=1+3=4$

2. 그림에서 A를 출발하여 한 번 지난 지점을 다시 지나지 않고 B까지 가는 경우의 수는?



① 16가지 ② 20가지 ③ 24가지 ④ 32가지 ⑤ 48가지

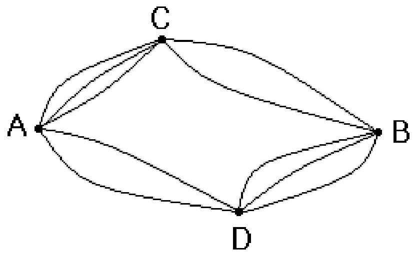
정답≫ ④
해설≫ 그림 예에서와 같이 어느 경로를 거쳐서 가더라도 길을 선택할 수 있는 기호 (갈림길)가 5번 나타나며 각각의 기회에서 선택하는 방법이 2가지씩이므로 2×2×2×2×2 ＝32 (가지)



3. 600을 넘지 않는 18의 양의 배수의 집합을 M, 800을 넘지 않는 24의 양의 배수의 집합을 N이라고 할 때, 다음을 구하여라.
(1) $n(M\cap N)$ (2) $n(M\cup N)$

정답≫ (1) 8 (2) 58
해설≫ $M=\{18,\ 18\times2,\ 18\times3,\ \cdots,\ 18\times33\}$ $\therefore\ n(M)=33$
$N=\{24,\ 24\times2,\ 24\times3,\ \cdots,\ 24\times33\}$ $\therefore\ n(N)=33$
(1) $M\cap N$은 600을 넘지 않는 18 및 24의 공배수이므로
$M\cap N=\{72,\ 72\times2,\ \cdots,\ 72\times8\}$ $\therefore\ n(M\cap N)=8$
(2) $n(M)=33$, $n(N)=33$, $n(M\cap N)=8$이므로
$n(M\cup N)=n(M)+n(N)-n(M\cap N)=33+33-8=58$

4. A, B, C, D 네 지점 사이에 아래 그림과 같은 도로망이 있다. (갑), (을) 두 사람이 A에서 중간 지점 C, D를 통과하여 B로 가는 길잡이 수를 구하여라. 단, 한편이 통과한 중간 지점을 다른 편이 통과할 수 없다.



정답≫ 72가지
해설≫ (갑)이 C를 통과하고, (을)이 D를 통과하는 경우는 $(3\times2)\times(2\times3)=36$(가지)
(갑)이 D를 통과하고, (을)이 C를 통과하는 경우는 $(2\times3)\times(3\times2)=36$(가지)
따라서 구하는 가지수는 $36+36=72$(가지)

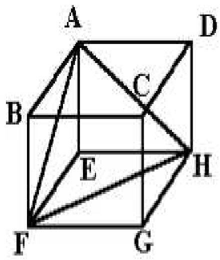
5. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 눈의 합이 9 인 경우의 수는?
① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

정답≫ 25
해설≫ 세 주사위를 A, B, C 라 하면

A	1	2	3	4	5	6
B	2~6	1~6	1~5	1~4	1~3	1, 2
C	6~2	6~1	5~1	4~1	3~1	2, 1
경우 수	5	6	5	4	3	2

∴ 25가지

6. 아래 정육면체에서 임의의 세 꼭지점을 택하여 삼각형을 만들 때, 그림과 같은 정삼각형과 합동인 삼각형을 만들 수 있는 방법의 수는?



① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 24

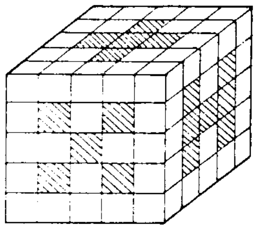
정답≫ ③
해설≫ 정육면체의 꼭지점이 8개인데 매 꼭지점마다 하나의 정삼각형을 만들 수 있으므로 8(개)의 정삼각형을 만들 수 있다.

7. 0, 0, 1, 2, 3, 4를 써 놓은 6장의 카드 중에서 3장을 뽑아 나열하여 세 자리 정수를 만들 때,

짝수의 개수를 구하여라.

정답≫ 34
해설≫ 1의 자리에 0, 2, 4가 오면 짝수이므로
××0의 꼴 → 4×4, ××2의 꼴 → 3×3, ××4의 꼴 → 3×3
따라서 짝수의 개수는 $4\times4+3\times3+3\times3=34$(개)

8. 그림과 같이 크기가 같은 125개의 정육각형을 쌓아 만든 입체에 빗금친 무늬가 있다. 빗금무늬가 있는 세 면에 수직인 방향으로 이 무늬부분을 반대편까지 모두 떼어냈을때 남아있는 정육각형의 개수는?



① 56　② 60　③ 64　④ 68　⑤ 72

정답≫ ③
해설≫ (ⅰ) 1단, 5단 위에 남아있는 정육면체의 개수는 $2\times20=40$(개)
(ⅱ) 2단, 4단 위에 남아있는 정육면체의 개수는 $2\times8=16$(개)
(ⅲ) 3단 위에 남아있는 정육면체의 개수는 8(개)
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $40+16+8=64$(개)

9. 1, 2, 3, 4, 5를 써서 만들 수 있는 각 자리의 숫자가 다른 세 자리 정수는 모두 몇 개인가?

정답≫ 60개
해설≫ 서로 다른 5개의 원에서 3개를 택한 순열의 수이므로 ${}_5P_3=5\times4\times3=60$(개)

10. n권의 책이 있다. (단, $n\geq5$)
(1) 이 n권의 책을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수를 구하여라.
(2) 이 n권 중에서 5권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수를 구하여라.
(3) 이 n권 중에서 2권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42가지였다. n의 값을 구하여라.

정답≫ (1) $n!$　(2) ${}_nP_5$　(3) 7
해설≫ (1) n권에서 n권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_n=n!$

(2) n권에서 5권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_5$

(3) n권에서 2권을 뽑는 순열의 수는 ${}_nP_2$가지이므로 ${}_nP_2=42$ 곧, $n(n-1)=42$

$\therefore$ $(n+6)(n-7)=0$

한편, $n\geqq 2$이므로 $n=7$

11. 10개의 역이 있는 철도회사에서는 출발역과 도착역을 명기한 차표를 몇 가지 마련해야 하는가 ? 단, 왕복표와 1, 2, 3 등의 구별은 없다.

정답≫ 90 (가지)

해설≫ 10개에서 2개를 뽑는 순열의 수와 같으므로 ${}_{10}P_2=10\times9=90$(가지)

12. 다음 등식을 만족시키는 r의 값을 구하여라.

(1) ${}_6P_r=120$ (2) ${}_4P_r\times5\,!=2880$

정답≫ (1) 3 (2) 3 또는 4

(1) ${}_6P_r=120$ 곧, ${}_6P_r=6\times5\times4$ $\therefore$ $r=3$

(2) ${}_4P_r\times5!=2880$ 에서 양변을 $5!$ $(=120)$로 나누면 ${}_4P_r=24$

곧, ${}_4P_r=4\times3\times2$ or ${}_4P_r=4\times3\times2\times1$ $\therefore$ $r=3$ or 4

13. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 중에서 서로 다른 네 개의 숫자를 택하여 네 자리의 정수를 만들 때, 1000의 자리와 1의 자리가 모두 짝수인 것의 개수를 구하여라.

정답≫ 120 개

해설≫ 네 자리 정수의 양 끝에 짝수 2, 4, 6중의 어느 두 숫자가 오는 경우의 수는 ${}_3P_2$가지이고,

이 각각에 대하여 가운데 두 곳에 두 개의 숫자가 오는 경우의 수는 ${}_5P_2$가지이므로 ${}_3P_2\times{}_5P_2=120$(개)

14. 여학생 3명, 남학생 4명이 일렬로 설 때,

(1) 여학생끼리 이웃하여 서는 경우는 몇 가지인가?

(2) 여학생은 이웃하지 않게 서는 경우는 몇 가지인가?

정답≫ (1) 720 (가지) (2) 1440 (가지)

해설≫ 이를테면 A, B, C, D의 네 사람을 일렬로 세울 때, A, B가 인접하여 서는 경우의 수를 생각해 보자. $(AB)CD$, $C(AB)D$, $CD(AB)$, $\cdots$와 같이 AB를 한 사람으로 생각하여

먼저, (AB)와 C, D의 세 사람을 일렬로 세우는 경우를 생각하고,

다음에, (AB)의 A, B가 AB, BA인 경우를 생각하여, 곱의 법칙으로부터 $3!\times2!=12$(가지)라고 하면 된다. A, B가 인접하여 선다고 하면 먼저 A, B를 묶어서 하나로 생각하고, 다음에 A, B끼리 바꾸는 경우를 생각하여라.

(1) 여학생 3명을 묶어서 한 사람으로 보면 모두 5명이므로 이 5명을 일렬로 세우는 경우는 모두 $5!$가지이고, 그 각각에 대하여 묶음 속의 여자 3명을 세우는 경우는 $3!$가지이다.

그러므로 구하는 수는 $5! \times 3! = 720$(가지)
(2) 남학생 4명을 일렬로 세우는 경우는 $4!$가지이고, 그 각각에 대하여 양끝 및 남학생 사이의 5개의 자리 중의 3개의 자리에 여학생 3명을 세우는 경우는 ${}_5P_3$가지이다. 그러므로 구하는 경우의 수는
$4! \times {}_5P_3 = 1440$(가지)

15. $4 \cdot {}_n\mathrm{P}_3 = 5 \cdot {}_{n-1}\mathrm{P}_3$을 만족하는 자연수 n의 값을 구하여라.

정답≫ 15
해설≫ ${}_n\mathrm{P}_3 = n(n-1)(n-2)$, ${}_{n-1}\mathrm{P}_3 = (n-1)(n-2)(n-3)$이므로 $4 \cdot {}_n\mathrm{P}_3 = 5 \cdot {}_{n-1}\mathrm{P}_3$은
$4n(n-1)(n-2) = 5(n-1)(n-2)(n-3)$
$n \geq 3$, $n-1 \geq 3$이므로 $n \geq 4$이다.
따라서 위 식을 $(n-1)(n-2)$로 나누면 $4n = 5(n-3)$ $\therefore$ $n = 15$

16. 0, 1, 2, 3, 4의 다섯 개의 숫자를 한 번씩 사용하여 만들 수 있는 세 자리 홀수는 몇 가지인가?

정답≫ 18개
해설≫ 일의 자리에 홀수가 와야 하므로 ${}_2\mathrm{P}_1$
백의 자리에는 0이 와서는 안되고 일의 자리에 한 개의 수를 사용하였으므로
백의 자리에 올 수 있는 수는 ${}_3\mathrm{P}_1$개,
십의 자리에는 백의 자리와 일의 자리에 사용한 숫자를 뺀 나머지 3개 중 어느 것이 와도 상관없으므로
${}_3\mathrm{P}_1$개
$\therefore$ ${}_2\mathrm{P}_1 \times {}_3\mathrm{P}_1 \times {}_3\mathrm{P}_1 = 18$ (개)

17. 1, 2, 3, 4, 5 의 5개의 숫자를 모두 사용하여 만든 순열 중 다음의 각 경우의 수를 구하여라.
(1) 양 끝에 홀수가 오는 경우의 수 (2) 2와 3이 서로 이웃하는 경우의 수

정답≫ (1) 36(가지) (2) 48(가지)
(1) 양 끝에 1, 3, 5중의 어느 두 숫자가 오고, 이 각각에 대하여 가운데 세 숫자가 오는 경우의 수이므로
${}_3\mathrm{P}_2 \times 3! = 36$ (가지)
(2) 2, 3을 묶어서 하나의 수로 보면 모두 네 숫자를 늘어놓는 경우의 수이므로 $4!$이다. 그런데, 2와 3을 늘어놓는 경우의 수가 2!이므로 모든 경우의 수는 $4! \times 2! = 48$ (가지)

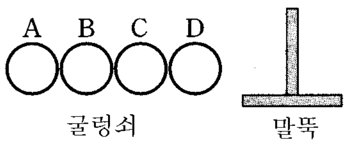
18. 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 의 7개의 숫자를 일렬로 배열할 때, 짝수는 짝수번째에 오는 것의 개수를 구하여라.

정답≫ 720 (가지)
해설≫ 짝수번째는 ○△○△○△○의 △표한 곳이므로 세 곳이 있다.
따라서 △표한 곳 중의 어느 두 곳에 2, 4가 들어가고 나머지 자리에는 홀수 1, 3, 5, 7, 9의 다섯 숫자가 들어가면 되므로 ${}_3P_2 \times 5! = 720$(가지)

19. 다음 등식을 만족시키는 n및 r의 값을 구하여라.
(1) ${}_nP_2=30$ (2) ${}_{2n}P_3=44\times{}_nP_2$ (3) ${}_5P_r\times 6!=43200$

정답≫ (1) 6 (2) 6 (3) 3
해설≫ 주어진 등식을 ${}_nP_r=n(n-1)(n-2)\times\cdots\times(n-r+1)$을 써서 n 또는 r에 관한 방정식으로 고쳐서 푼다.이 때 특히 주의할 것은 ${}_nP_r$에서 ⇨ $n\geqq r$이다.
(1) ${}_nP_2=n(n-1)$이므로 주어진 등식은 $n(n-1)=30$ $\therefore$ $n^2-n-30=0$ $\therefore$ $(n+5)(n-6)=0$
한편, $n\geqq 2$이므로 $n-6=0$ $\therefore$ $n=6$
(2) ${}_{2n}P_3=2n(2n-1)(2n-2)$, ${}_nP_2=n(n-1)$이므로 주어진 등식은
$2n(2n-1)(2n-2)=44n(n-1)$ $\therefore$ $4n(2n-1)(n-1)=44n(n-1)$
한편, $n\geqq 2$이므로 $n(n-1)\neq 0$이다. 따라서 $4n(n-1)$로 양변을 나누면 $2n-1=11$ $\therefore$ $n=6$
(3) ${}_5P_r\times 6!=43200$에서 양변을 $6!=720$으로 나누면 ${}_5P_r=60$ 곧, ${}_5P_r=5\times4\times3$ $\therefore$ $r=3$
${}_nP_r$의 변형식인 ${}_nP_r=\dfrac{n!}{(n-r)!}$을 써서 주어진 등식을 고쳐 풀 수도 있으나 대개의 경우 복잡하다.
이 정석은 ${}_nP_r$에 관한 등식을 증명하는 데 주로 이용된다.

20. 굴렁쇠 던지기를 하는데 네 개의 굴렁쇠 A, B, C, D를 이 순서로 던져서 적어도 하나이상이 말뚝에 걸리게 하는 방법의 수는?

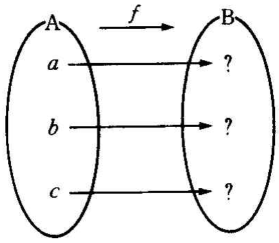


① 8가지 ② 12가지 ③ 13가지 ④ 15가지 ⑤ 16가지

정답≫ ④
해설≫ 각 굴렁쇠는 말뚝에 걸리거나 또는 걸리지 않거나의 2가지 경우가 있으므로 굴렁쇠를 던졌을 때 일어나는 경우의 수는 $2^4=16$ (가지)이고, 하나도 걸리지 않는 경우의 수는 1가지이다.
따라서 구하는 방법의 수는 $16-1=15$(가지)

21. 정의역이 $A=\{a,\ b,\ c\}$, 공역이 $B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$인 함수 $f:A\to B$의 개수를 구하여라.

정답≫ 64개
해설≫ 아래 그림에서 함수 f의 개수를 구하는 것을 바꾸어 생각하면 그림의 B의 ?에 1, 2, 3, 4를 중복을 허용하여 일렬로 배열하는 경우의 수와 같다.
$\therefore$ ${}_4\Pi_3=4^3=64$ (개)



22. 0이 끼어 있는 세 자리 정수의 개수는?
① 99개 ② 152개 ③ 163개 ④ 171개 ⑤ 180개

정답≫ ④
해설≫ 세 자리 정수에서 0이 하나도 끼지 않는 세 자리 정수 (${}_9\Pi_3$개)를 제외하면 되므로,
$(999-99)-{}_9\Pi_3=171$(개) $\because\ {}_9\Pi_3=9^3=729$

23. 어느 고교에서는 신입생을 A, B, C, D의 네 개 반으로 편성하였다. 정구선수 2명을 포함한 S중학 출신의 신입생 6명이 네 반에 편성되는 모든 방법 중, 특히 정구선수 2명이 같은 반이 되는 경우의 수를 구하여라.

정답≫ 1024 (가지)
해설≫ 정구선수 2명을 묶어서 한 사람으로 보면 5명이 A, B, C, D에 편성되는 방법의 수를 구하는 것과 같다. 이것은 A, B, C, D에서 중복을 허락하여 5개를 택한 중복순열의 수와 같으므로
${}_4\Pi_5=1024$ (가지)

24. 중복을 허락하여 1, 2, 3을 써서 만들 수 있는 네 자리를 넘지 않는 정수의 개수는?
① 60개 ② 90개 ③ 120개 ④ 150개 ⑤ 256개

정답≫ ③
해설≫ 네 자리를 넘지 않는 정수는 한 자리, 두 자리, 세 자리, 네 자리 정수 등 네 가지이다.
중복을 허락하는 순열, 곧, 중복순열의 개수이다.
${}_3\Pi_1+{}_3\Pi_2+{}_3\Pi_3+{}_3\Pi_4=3^1+3^2+3^3+3^4=120$(개)

25. 집합 A 는 원소의 갯수가 m 이고 집합 B 는 원소의 갯수가 n 이다. 이 때 다음 중에서 A 를 정의역으로 하고 B 를 공역으로 하는 함수의 총개수를 바르게 계산한 것은 ? (다음에서 ${}_n\Pi_r$ 은 n 개 중에서 r 개 취하는 중복 순열의 가지수를 나타낸다.)
① ${}_mP_n$ ② ${}_nP_m$ ③ ${}_n\Pi_m$ ④ ${}_m\Pi_n$ ⑤ ${}_n\mathrm{H}_m$

정답≫ ③
해설≫ 함수의 총수는 (개) $n\prod m=n^m$

26. autumn의 모든 문자를 사용하여 만든 순열 중 자음 t, m, n이 이 순서대로 되는 경우의 수를 구하여라.

정답≫ 60(가지)

해설≫ a, u, t, u, m, n을 일렬로 배열하는 방법의 수는 $\frac{6!}{2!}=360$

t, m, n을 일렬로 배열하는 순열의 수는 $3!=6$

따라서, 구하는 경우의 수는 $\frac{360}{6}=60$(가지)

27. success의 7개의 문자를 모두 일렬로 배열할 때,

(1) 배열하는 방법의 수는 몇 가지인가 ?

(2) 양 끝에 s가 오도록 배열하는 방법의 수는 몇 가지인가 ?

(3) 세 개의 s가 모두 인접하도록 배열하는 방법의 수는 몇 가지인가 ?

정답≫ (1) 420 (가지) (2) 60 (가지) (3) 60 (가지)

해설≫ success는 s, s, s, c, c, u, e를 써서 만들어진 단어이다.

(1) 7개의 문자 s, s, s, c, c, u, e의 순열의 수를 생각한다.

(2) s○○○○○s와 같이 양 끝에 s를 고정시키고, 나머지 5개의 문자 s, c, c, u, e의 순열의 수를 생각한다.

(3) s, s, s를 하나의 문자 S로 간주하여 S, c, c, u, e의 순열의 수를 생각한다. 이 때 세 개의 문자 s, s, s의 순열의 수는 1이다. 이상에서 다음 요령이 쓰인다.

$a, a, \cdots a, b, b, \cdots, b, c, d$의 순열의 수 ⇨ $\frac{n!}{p!\times q!}$

(ⅰ) 7개의 문자 s, s, s, c, c, u, e의 순열의 수이므로

$\frac{7!}{3!\times 2!}=\frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\times 2\cdot 1}=420$(가지)

(ⅱ) s○○○○○s 의 ○○○○○에 5개의 문자 s, c, c, u, e를 배열하는 순열의 수이므로

$\frac{5!}{2!}=\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1}=60$(가지)

(ⅲ) s, s, s를 하나의 문자 S라 간주할 때 S, c, c, u, e의 순열의 수이므로

$\frac{5!}{2!}=\frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1}=60$ (가지)

28. 5개의 문자 a, b, c, d, e를 써서 사전식으로 $abcde$부터 시작하여 $edcba$까지 배열할 때

(1) $cbdea$는 몇 번째 순열인가?

(2) 33번째 순열을 구하여라.

정답≫ 58, $bcdae$

해설≫ (1) a□□□□, b□□□□꼴의 순열의 수: $4!\times 2=48$

ca□□□꼴의 순열의 수: $3!=6$

cba□□꼴의 순열의 수: $2!=2$

cbd□□꼴의 순열의 수: $2!=2$

이상에서 $48+6+2+2=58$번째 순열이다.

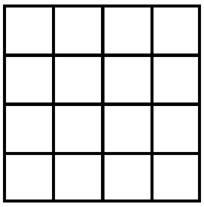
(2) a□□□□꼴의 순열의 수는 $4!=24$

ba□□□꼴의 순열의 수는 $3!=6$

bca□□꼴의 순열의 수는 $2!=2$

이 때, $bcaed$는 $32(=24+6+2)$번째 순열이므로 구하는 33번째의 순열은 $bcdae$

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형을 가로 방향과 세로 방향으로 각각 4등분하였다. 여기에서 정사각형은 모두 몇 개인가?



① 30개 ② 40개 ③ 50개 ④ 60개 ⑤ 70개

정답≫ ①

해설≫ 한 변의 길이가 1, 2, 3, 4인 정사각형의 개수는 각각 4^2, 3^2, 2^2, 1^2이므로

$4^2+3^2+2^2+1^2=30$ 개

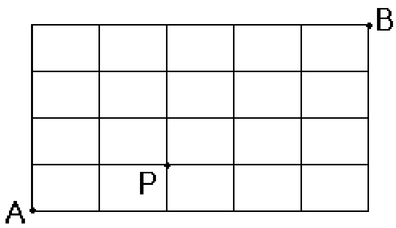
30. n명을 일렬 종대로 세울 때, 이 중 특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞쪽에 오도록 세우는 방법은 몇 가지인가?

① $\dfrac{n!}{2}$ ② $\dfrac{(n-1)!}{3}$ ③ $(n-2)!$ ④ $2(n-1)!$ ⑤ $n!-1$

정답≫ ①

해설≫ n명 전체를 일렬 종대로 세우는 방법의 수는 $n!$가지. 이 중에는 A가 B의 앞에 오도록 하는 방법은 B가 A의 앞에 오도록 하는 방법과 같으므로 구하는 경우의 수는 $\dfrac{n!}{2}$ (가지)

31. 그림과 같은 길이 있다. 다음 각 경우에 있어서 최단 거리로 가는 길잡이 수는 각각 몇 가지인가 ?



(1) A에서 B까지 가는 경우

(2) A에서 P를 거쳐 B까지 가는 경우

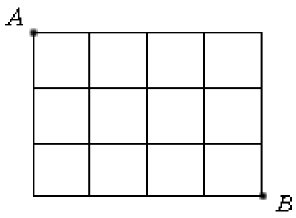
(3) A에서 P를 거치지 않고 B까지 가는 경우

정답≫ (1) 126가지 (2) 60가지 (3) 66가지

해설≫ (1) $\dfrac{9!}{5!4!}=126$(가지) (2) $\dfrac{3!}{2!}\times\dfrac{6!}{3!3!}=60$(가지)

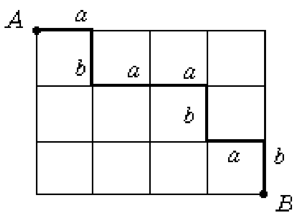
(3) P를 거치지 않는 경우의 사건은 P를 거치는 경우의 여사건이므로 구하는 경우의 수는
$126-60=66$(가지)

32. 어느 지역의 도로망이 아래 그림과 같다고 한다. A지점을 출발하여 최단거리로 B지점에 도착하는 방법은 몇 가지인가?

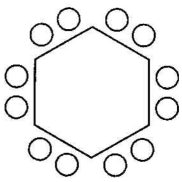


정답≫ 35가지

해설≫ 오른쪽으로 한 구간 가는 것을 a, 아래쪽으로 한 구간 가는 것을 b로 나타내면, 아래 그림에서 굵은 선으로 나타낸 것은 $abaabab$로 나타내어지는 최단 거리 가운데 하나이다. 즉, 최단거리는 4개의 a와 3개의 b를 일렬로 배열한 순열로 나타내어진다. 따라서 구하는 방법의 수는 $\dfrac{7!}{4!3!}=35$ (가지)



33. 아래 그림과 같이 정육각형의 책상에 12명이 앉을 때, 그 앉는 방법의 수는?



① 11! 가지 ② 11!×2가지 ③ 11!×6가지 ④ 12! 가지 ⑤ 12!×2가지

정답≫ ②

해설≫ 우선 12명이 원탁에 앉는 방법은 $(12-1)!$ 가지이다. 또 원에서는 동일하던 것이 정육각형의 책상에서는 두 가지씩 다른 것이 나타난다. 따라서 구하는 방법의 수는 $(12-1)!\times2=11!\times2$(가지)

34. 6명의 가족이 원탁에 둘러 앉을 때,

(1) 부모가 이웃하게 앉는 방법은 몇 가지인가?

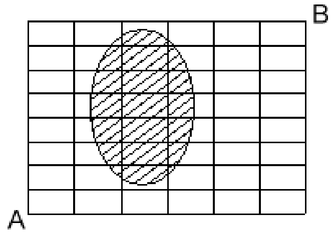
(2) 부모가 마주 보도록 앉는 방법은 몇 가지인가?

정답≫ (1) 48 (2) 24

대표적인 원순열 문제이다. 특수한 조건은 먼저 생각해 준다.

(1) 부모를 한 사람으로 생각하면 5명을 원탁에 앉히는 방법의 수는 $(5-1)!$ 가지이고, 이 각각에 대하여 부모가 서로 바뀌는 방법의 수는 $2!$ 가지이므로 $(5-1)! \times 2! = 48$ (가지)
(2) 부모를 먼저 원탁에 서로 마주보도록 고정시켜서 앉히면, 나머지 4명의 가족을 앉히는 방법의 수는 $4!$ 가지이므로 $4! = 24$ (가지)

35. 그림에서 빗금 친 부분을 거치지 않고 A에서 B까지 최단거리로 가는 길잡이 수를 구하여라.



정답≫ 93 (가지)
해설≫ 그림에서 $A \to P \to B$, $A \to Q \to B$, $A \to R \to B$로 가는 경우이므로
$\frac{9!}{8!} \times 1 + \frac{5!}{4!} \times \frac{9!}{7!2!} + 1 \times \frac{9!}{8!} = 198$ (가지)